

# 博弈论与信息经济学

## 9. 隐藏行动：道德风险问题与最优激励契约

本讲内容基于 Kreps (1990), A Course in Microeconomic Theory, PUP. Chapter 16

深圳大学经济学院 会计学学术学位硕士研究生 专业选修课 (2023-2024)

主讲：黄嘉平 中国经济特区研究中心讲师 工学博士 经济学博士

办公室：粤海校区汇文楼1510      Email: [huangjp@szu.edu.cn](mailto:huangjp@szu.edu.cn)

# 道德风险问题和委托代理模型

# 工作中的道德风险问题

- 假设一名青年教师拿到了某大学的长聘副教授合同
- 大学希望他继续努力工作，而工作的成果通常体现在教学、科研、公共服务三个方面
  - 教学：教学投入、教学效果
  - 科研：发表论文数、主持科研项目数、科研成果质量、科研成果影响力
  - 公共服务：校内其他工作、社会服务、其他产生社会影响的工作
- 很多工作目标并不是努力就可以完成的，有些工作目标可以通过努力之外的方法完成
- 学校无法完全了解长聘教师是否努力工作。如果学校实行统一的岗位工资制，那么长聘教师就有可能失去努力工作的动力。这种现象一般称作**道德风险**（moral hazard），或按其发生原因称为**隐藏行动**（hidden action）

# 委托代理模型

## Principle-agent model

- 道德风险问题可以用下面的**委托代理模型**（principle-agent model）进行描述和分析
  - **委托人**（principle）：将某项工作委托给代理人完成
  - **代理人**（agent）：如果接受委托并完成工作的回报（由委托人支付）大于或等于不接受委托时的回报（称为**保留回报 reservation payoff**，可以理解为机会成本），则选择接受委托
  - 如果代理人接受委托，则需要决定是否努力工作。这里假设代理人在其他条件相同的情况下永远选择不努力工作
  - 代理人是否努力工作决定委托人从该委托中获得的回报，但委托人无法直接观察到代理人的努力程度。努力工作会产生高额回报，足够在支付给代理人后还有剩余；不努力工作则会带来低额回报，甚至不够支付给代理人
- 委托人的目的是通过设计一种**契约**（contract）以**激励**（provides incentives）理性的代理人选择努力工作

# 固定支付契约会导致道德风险

- 假设代理人的保留回报为 9（以效用衡量）
- 代理人工作的成本为  $a$ ，

$$a = \begin{cases} 5 & \text{if 努力工作} \\ 0 & \text{if 不努力工作} \end{cases}$$

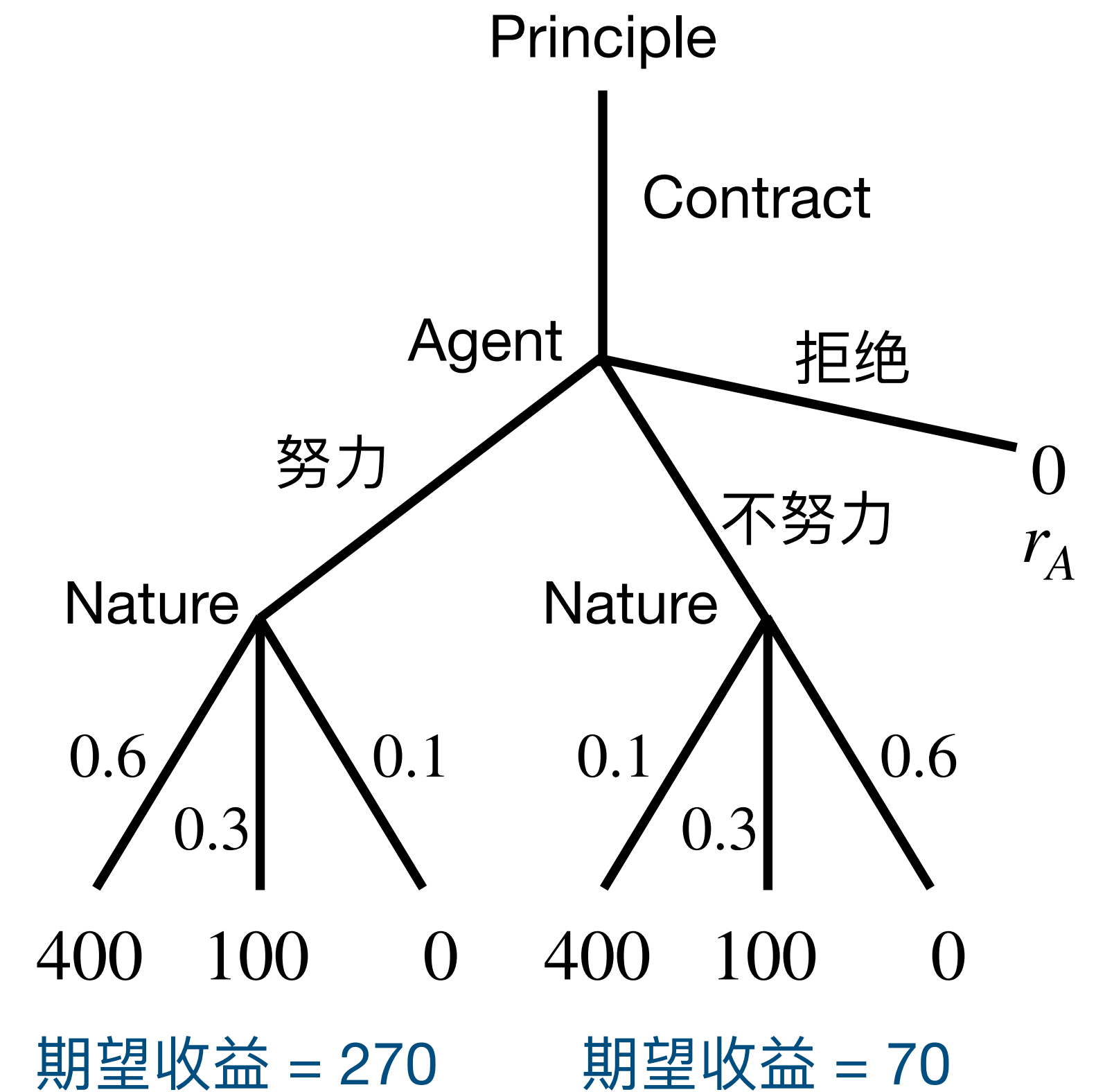
- 如果委托人固定支付给代理人  $w$ ，则代理人完成工作的回报为  $\sqrt{w} - a$ （效用函数）
- 假设代理人努力工作给委托人带来的收益是 270，而不努力工作是 70
- 显然，代理人接受委托的最低支付为  $w = 9^2 = 81$ ，此时代理人不会努力工作，且委托人的收益低于支付额；能使代理人努力工作的支付则需满足  $\sqrt{w} - 5 \geq 9 \Leftrightarrow w \geq 196$ ，但如果委托人支付 196，理性的代理人会选择不努力工作而获得更高的回报，留给委托人的回报是  $70 - 196 = -126$
- 由于委托人无法了解代理人的努力程度，类似“如果努力则支付 196，不努力则支付 25”的契约无法正常执行

# 基于可观测指标的支付契约

- 下面假设代理人需要完成一定的销售业绩，委托人可以观测到业绩，并希望通过业绩确定支付方式以激励代理人努力工作
- 假设代理人可能达成的销售业绩有三种：优、良、差

	代理人的业绩		
	优	良	差
努力时的业绩概率分布	0.6	0.3	0.1
不努力时的业绩概率分布	0.1	0.3	0.6
委托人获得的收益	400	100	0

- 此时的委托代理模型可以用右侧的扩展式博弈表达
  - 注意：根据支付方式的不同，最终的回报也不同，因此这里没有写出回报，而是给出了委托人的收益



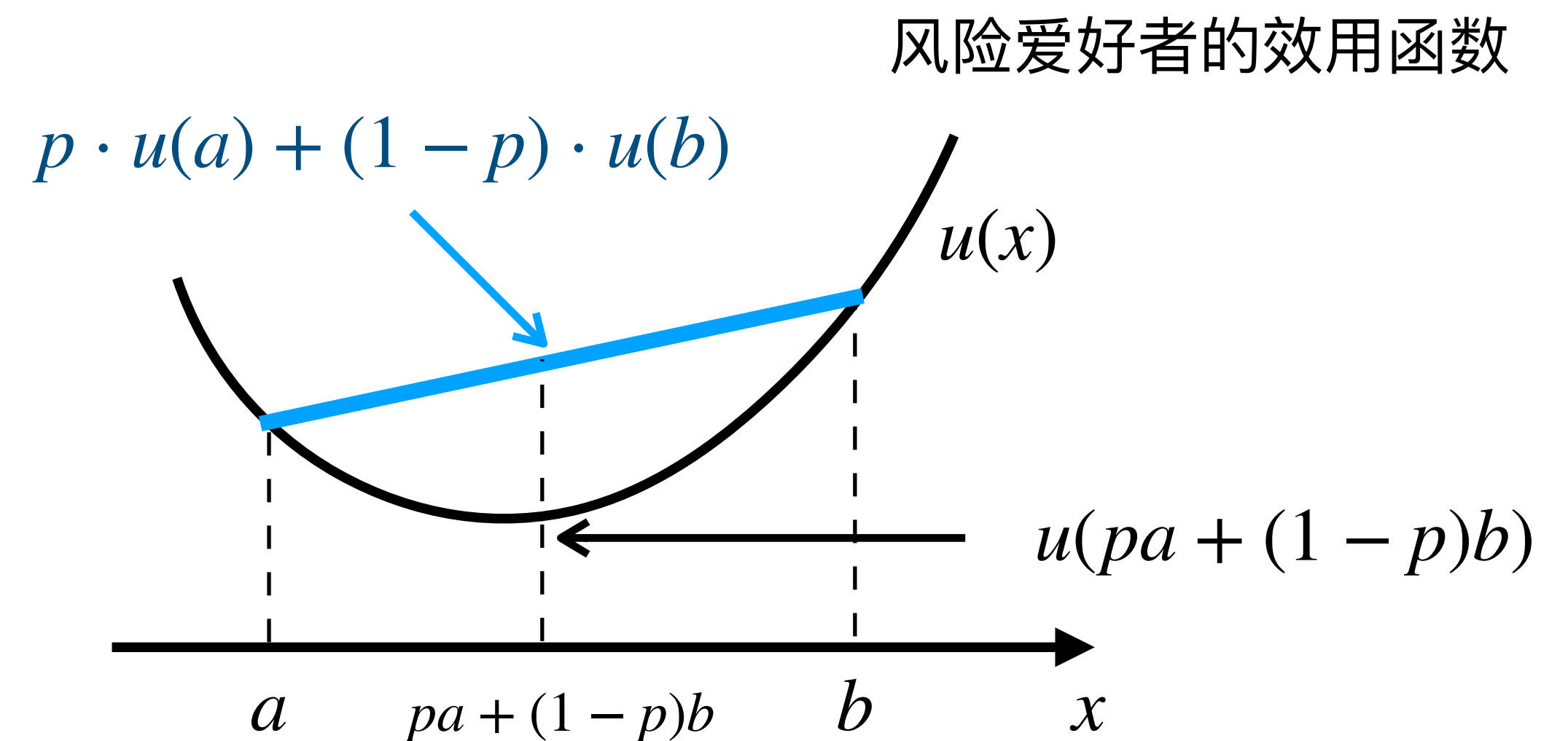
# 风险态度和效用函数的凸性

## Risk attitude and the convexity of utility functions

- 在第 2 讲中我们学过针对不确定性的风险态度
  - 风险回避 (risk averse) : 如果期望收益相同, 选择确定的彩票
  - 风险爱好 (risk loving/seeking) : 如果期望收益相同, 选择不确定的彩票
  - 风险中立 (risk neutral) : 如果期望收益相同, 认为确定和不确定的彩票是无差异的
- 现在考虑两个期望收益相同的彩票:  
以概率  $(p, 1 - p)$  获得  $(a, b)$  vs. 100% 获得  $pa + (1 - p)b$

- 风险态度和收益的效用函数间的关系为:

- 风险回避  $\Leftrightarrow$  凹效用函数
- 风险爱好  $\Leftrightarrow$  凸效用函数
- 风险中立  $\Leftrightarrow$  线性效用函数





# 风险中立的委托人和代理人

- 首先我们考虑委托人和代理人都是风险中立的情况
- 此时，双方的支付函数都是线性函数
  - 委托人的回报：收益 - 支付  $w$
  - 代理人的回报：  $w - a$  （我们暂时将代理人的保留回报调整为 81，努力时的成本为  $a = 25$ ）
- 代理人努力工作所需的最低支付额为  $w = 81 + 25 = 106$ ，此时委托人的期望收益为  $270 - 106 = 164$
- 代理人不努力工作（但接受委托）所需的最低支付额为  $w = 81$ ，此时委托人的期望收益为  $70 - 81 = -11$
- 我们可以考虑绩效支付：代理人的业绩为（优, 良, 差）时的支付为  $(x_1, x_2, x_3)$



# 风险中立的委托人和代理人

- 委托人希望代理人努力工作并给自己带来 164 的期望回报，因此

$$\begin{aligned} 400 - x_1 &= 164 \\ 100 - x_2 &= 164 \\ -x_3 &= 164 \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 236 \\ -64 \\ -164 \end{pmatrix}$$

此时委托人的回报是确定的！

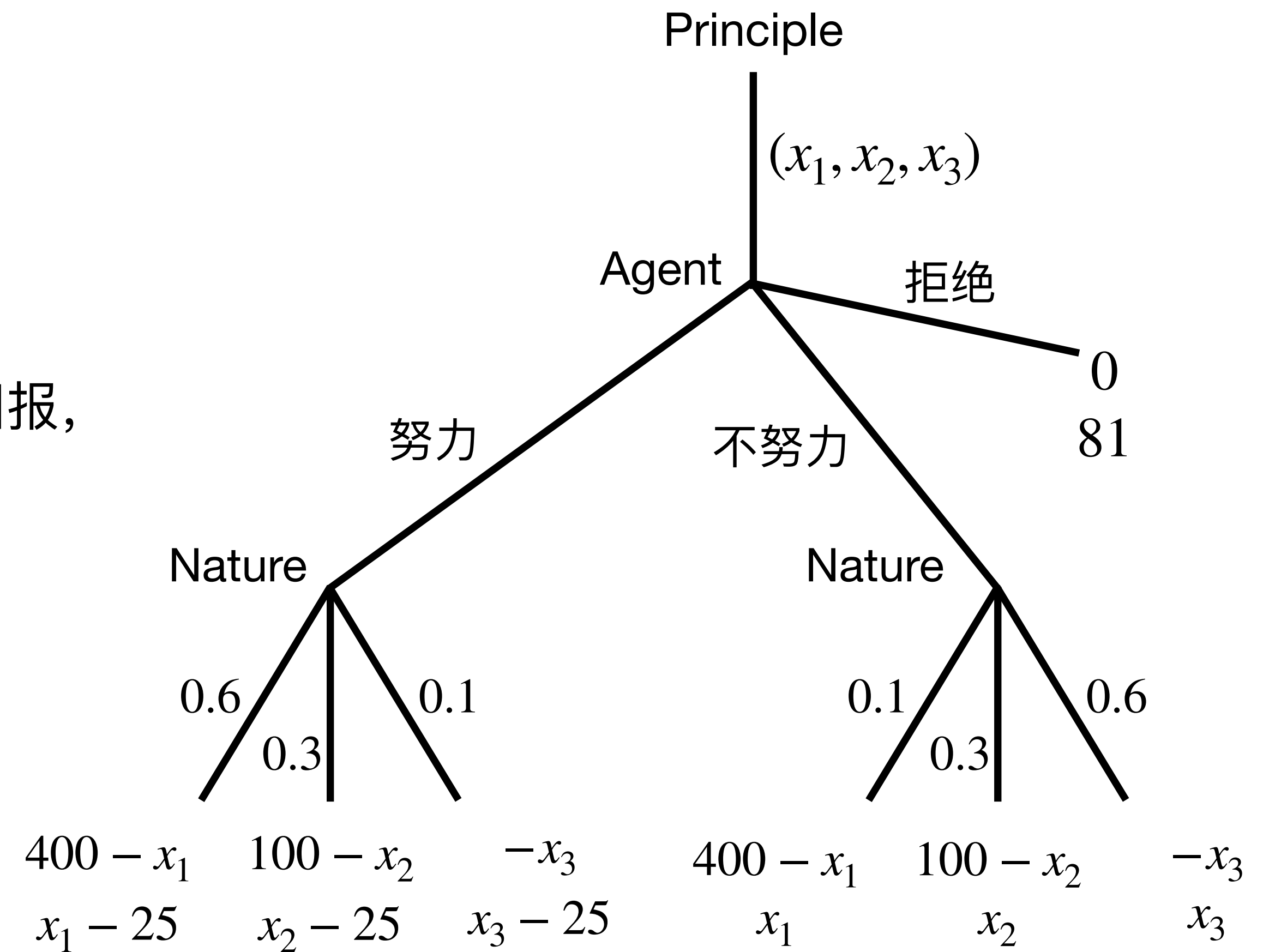
- 代理人的回报为

努力工作时：  $0.6 \times (236 - 25) + 0.3 \times (-64 - 25) + 0.1 \times (-164 - 25) = 81$

不努力工作时：  $0.1 \times (236 - 25) + 0.3 \times (-64 - 25) + 0.6 \times (-164 - 25) = -94$

此时，代理人选择拒绝委托的回报和选择接受委托并努力工作的期望回报相同，我们假设这种情况下代理人会选择后者（否则将不存在最优契约）  $\Rightarrow$  代理人会选择努力工作！

$(236, -64, -164)$  是 SPE



# 风险中立的委托人和风险回避的代理人

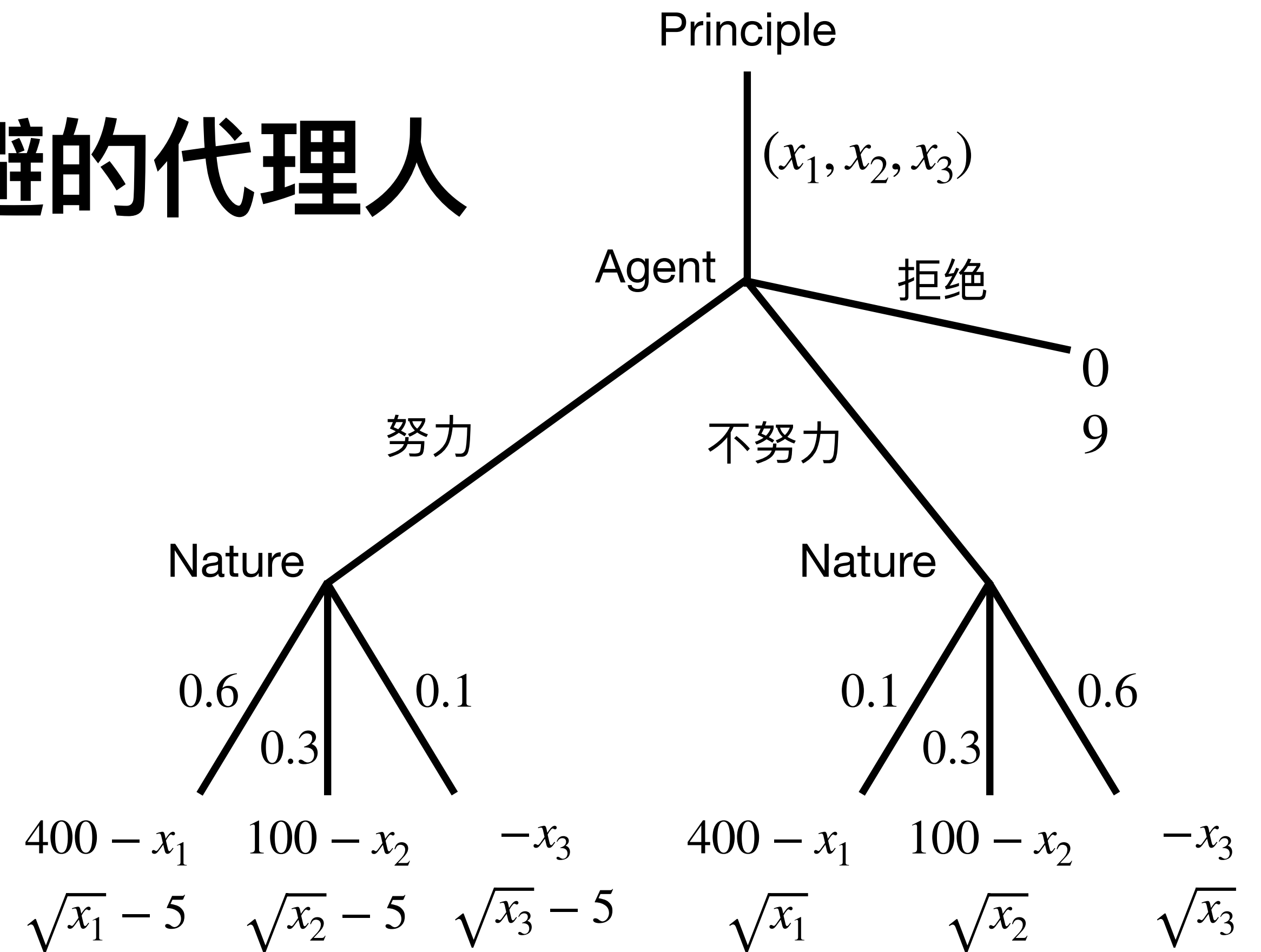
- 如果代理人是风险回避型，则前面的方法无效
- 假设风险回避型代理人的回报为  $\sqrt{w} - a$  (如果  $w < 0$ ，则是  $-\sqrt{-w} - a$ )

$$a = \begin{cases} 5 & \text{if 努力工作} \\ 0 & \text{if 不努力工作} \end{cases}, \text{ 且保留回报为 } 9$$

- 代理人努力工作所需的最低支付额为  $w = (9 + 5)^2 = 14^2 = 196$ ，此时委托人的期望收益为  $270 - 196 = 74$

$$\begin{aligned} 400 - x_1 &= 74 \\ 100 - x_2 &= 74 \\ -x_3 &= 74 \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 326 \\ 26 \\ -74 \end{pmatrix} \Rightarrow 0.6 (\sqrt{236} - 5) + 0.3 (\sqrt{26} - 5) + 0.1 (-\sqrt{74} - 5) \approx 6.506 < 9$$

即代理人会选择拒绝委托



# 风险中立的委托人和风险回避的代理人

- 为保证代理人选择接受委托并努力工作，支付契约  $(x_1, x_2, x_3)$  需要满足以下条件：

- 参与约束 (participation constraint)

$$0.6\sqrt{x_1} + 0.3\sqrt{x_2} + 0.1\sqrt{x_3} - 5 \geq 9$$

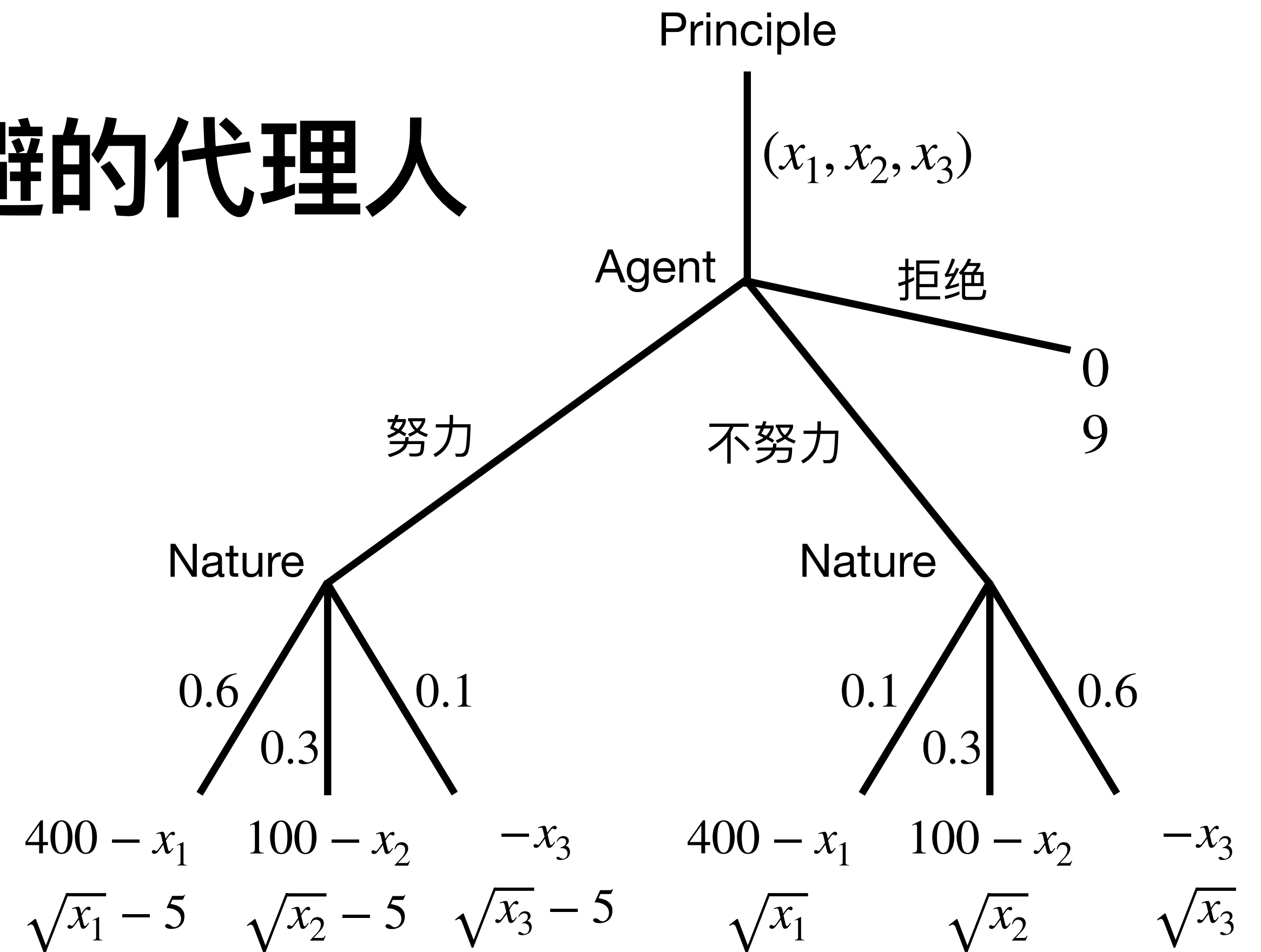
努力的期望回报  $\geq$  保留回报

- 激励约束 (incentive constraint)

$$0.6\sqrt{x_1} + 0.3\sqrt{x_2} + 0.1\sqrt{x_3} - 5 \geq 0.1\sqrt{x_1} + 0.3\sqrt{x_2} + 0.6\sqrt{x_3}$$

努力的期望回报  $\geq$  不努力的期望回报

- 非负约束：  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$



# 风险中立的委托人和风险回避的代理人

- 在均衡路径上，委托人选择最优的  $(x_1, x_2, x_3)$  以最小化自己的期望支付  
(等同于最大化自己的期望回报)：

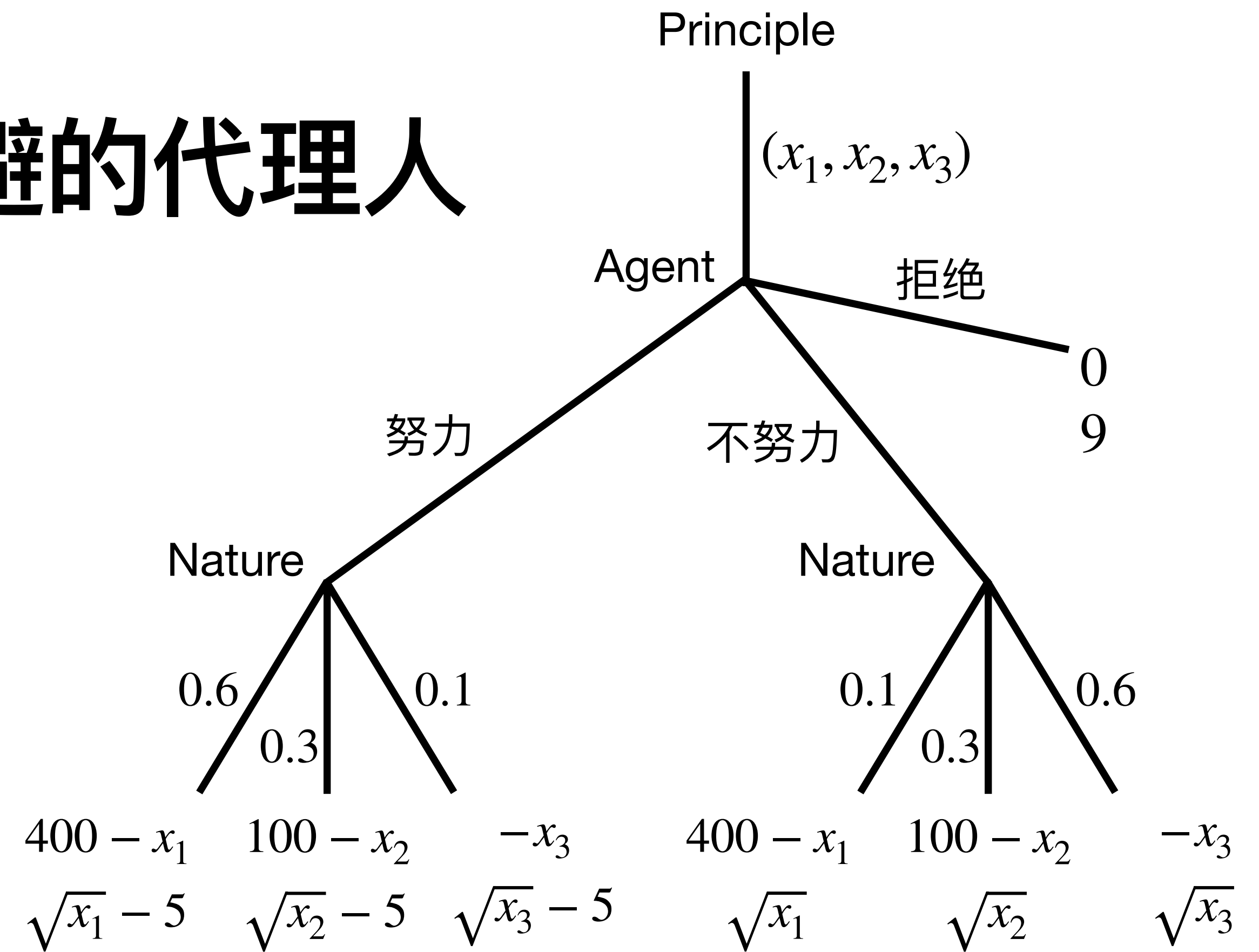
$$\min_{x_1, x_2, x_3} 0.6x_1 + 0.3x_2 + 0.1x_3$$

s.t. 参与制约, 激励制约, 非负制约

注：我们也可以令  $x_i = z_i^2$ , 使最小化问题变成具有线性不等式制约的非线性最优化问题

⇒ 最优解为  $(x_1, x_2, x_3) \approx (238.04, 196, 29.46)$

此时，委托人的期望支付约为 204.56，期望回报约为 65.44



# 几种契约的比较

- 风险中立的委托人和代理人
  - 支付额为  $(236, -64, -164)$ ，委托人的回报为 164（无风险），代理人的期望回报等于其保留回报 81（100%承担风险）
- 风险中立的委托人和风险回避的代理人
  - 支付额为  $(238.04, 196, 29.46)$ ，委托人的期望回报约为 65.44（承担风险），代理人的期望回报等于其保留回报 9（承担风险）
  - 固定支付 196 时，代理人努力工作的回报等于其保留回报 9（无风险），但不会选择努力工作，因此委托人的期望回报为负。如果委托人相信代理人能够努力工作，则期望回报为 74
  - 因此，为了排除道德风险，委托人需要平均多支付约 8.56  $(74 - 65.44)$ ，并使代理人在努力的时候有更大概率获得更多回报  $(238.04 > 196)$ ，同时也承担部分风险

# 理论与现实的差距

- 如果大学依照发表论文的数量制定绩效工资，是否能够激励教师在科研上努力工作？
  - 论文数量是否能够反应工作的努力程度？
  - 是否存在造假的可能？
- 发表论文的质量可以作为依据吗？
  - 如何衡量论文的质量？
  - 是否存在造假的可能？
- 大学和教师对科研成果不确定性的认知一致吗？