

MIB 高级计量经济学 (2023-2024)

作业 (一)

考虑回归模型

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + u_t \quad (\#)$$

当 $E[u_t | x_t] = 0$ 时, 回归变量 x_t 满足前定性 (predeterminedness) 。

当 $\forall s, E[u_t | x_s] = 0$ 时, x_t 满足外生性 (exogeneity) 。

回答下面的问题:

1. 证明 $E[u_t | x_t] = 0 \Rightarrow E[x_t u_t] = 0$ 。
2. 当 $x_t = y_{t-1}$ 时, 模型 (#) 是 AR(1) 模型。证明模型中的回归变量 不满足外生性。

(提示: 推导 $E[x_{t+1} u_t]$ 的表达式)

参考答案

1. 根据迭代期望定律

$$\begin{aligned} E[x_t u_t] &= E[E[x_t u_t | x_t]] \\ &= E[x_t E[u_t | x_t]] \\ &= E[0] \\ &= 0 \end{aligned}$$

2. 由条件可知 $x_{t+1} = y_t$ 。此时可将回归模型写为 $x_{t+1} = \beta_1 + \beta_2 x_t + u_t$ 。

$$\begin{aligned} E[x_{t+1} u_t] &= E[(\beta_1 + \beta_2 x_t + u_t) u_t] \\ &= E[\beta_1 u_t + \beta_2 x_t u_t + u_t^2] \\ &= \beta_1 E[u_t] + \beta_2 E[x_t u_t] + E[u_t^2] \end{aligned}$$

如果 x_t 满足外生性，则等式左侧为零，右侧第一项和第二项均为零，但第三项不为零，因此 x_t 无法满足外生性。