

博弈论 (0202860001)

2025–2026 第一学期期末大作业试题

一、零和博弈和混合策略 (20分)

针对 2×2 零和博弈

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

回答下面的问题：

1. 证明：

$$\left\langle \alpha < \beta, \delta < \gamma, \alpha < \gamma, \delta < \beta \right\rangle \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} \text{仅存在一组最优策略组合} \\ ((p^*, 1 - p^*), (q^*, 1 - q^*)) \\ \text{且满足 } 0 < p^* < 1, 0 < q^* < 1 \end{array} \right\rangle \quad (\#)$$

2. 证明 (#) 的逆命题不成立。

二、一种扑克牌游戏 (20分)

假设两个人在玩儿一种简单的扑克牌游戏。游戏使用的卡牌中仅包含大牌和小牌。游戏开始时，两人都需要先下注 1 元。随后发牌员给每人发一张牌。为方便分析，这里假设给两人发牌是独立事件，且每个人获得大牌的概率都是 $1/3$ 。两个人都只能看到自己的牌。此时，参与人 1 首先从“摊牌”和“加注”之间进行选择。如果选择“摊牌”，则双方亮出各自的牌，清算后游戏结束。如果都是大牌或者都是小牌，则二人各自拿回自己下注的金额；如果一大一小，则持大牌者获得所有已下注金额。如果选择“加注”，则参与人 1 增加 1 元的赌注。当参与人 1 选择“加注”后，参与人 2 可以从“弃牌”和“跟注”之间进行选择。如果选择“弃牌”，则参与人 1 获得所有已下注金额，游戏结束。如果选择“跟注”，则参与人 2 也增加 1 元的赌注，随后双方亮牌比较大小，清算后游戏结束。如果都是大牌或者都是小牌，则二人各自拿回自己已下注的金额；如果一大一小，则持大牌者获得所有已下注金额。双方的最终收益是游戏结束时各自拿回的金额和自己下注的总金额之差。

回答下面的问题：

- 对这个问题进行博弈建模（画出博弈树）。
- 找出双方的最优策略。

三、选择努力还是躺平？ (20分)

参与人 1 是一个优秀大学生，他已经被 Brown River 大学和 Silver Stone 大学的博士专业录取。两所大学都是世界排名前列的高水平大学，不同的是 B 大学对学生要求更加严格，学生也需要付出较多的学习成本，同时 B 大学的毕业生在工作中表现出的能力也更加出色。两所大学都只录取优秀学生，但学生中也分为非常优秀 (Excellent) 和普通优秀

(Good) 两种类型。参与人 1 知道自己的类型，但其他人只知道 E 类型在优秀学生中的占比是 p 。不同类型的学生在两所大学中的学习成本和毕业时的能力如下表中所示。参与人 1 面临的问题是选择哪所大学就读。

类型	大学	学习成本	能力
E	B	2	12
E	S	0	4
G	B	8	10
G	S	2	2

假设当参与人 1 博士毕业时，他会被一家企业聘用。企业作为参与人 2 可以提供两种岗位，一种是低技术岗位 (*Low-tech*)，另一种是高技术岗位 (*High-tech*)。两种岗位的工资分别是 $w_L = 2$ 和 $w_H = 6$ 。参与人 1 的收益是工资和大学时付出的学习成本之差。企业的收益取决于岗位和员工类型的组合， H 岗的收益等于员工能力和工资之差，而 L 岗的收益等于员工能力的一半减去其工资。

回答下面的问题：

1. 对这个问题进行博弈建模（画出博弈树）。
2. 当 $0 < p < 1$ 时，找出所有纯策略完美贝叶斯均衡。它（它们）是分离均衡还是混同均衡？

四、老旧小区加装电梯（40分）

任何理论如果无法应用在现实问题上，人们就会怀疑它的价值。但经济学理论有别于自然科学，其目的并不仅限于解决现实问题。以色列著名经济学家 Ariel Rubinstein 认为经济学理论的作用更接近寓言，寓言的目的在于启示而不是精确地描述或预测现实世界中发生的事情。人们不会因为寓言脱离实际就否定它的价值，因此也不应该因为经济学理论脱离现实而去否定它的价值。

如果细心观察周围的世界，我们可以发现很多能够借助理论的力量解决，但实际上却罕有成效的事。在这类事情上，我们能简单地归因于理论的失败吗？在老旧小区加装电梯就是一个很有趣例子。从经济学的角度看，住户是否同意安装电梯主要取决于他是否能够从中获得正收益，而收益的大小取决于给个人带来的效用和安装电梯所需的费用。效用的大小因人而异，但费用如何收取却可以借助博弈论来决定。

回答下面的问题：

1. 假设居民楼共有五层，每层各有一户居民（老旧小区的第一层通常也有人居住，而不是设计成架空层）。已知一台最高可到达第 k 层的电梯的安装成本为 $C(k) = 8 + 3(k - 1)$ 万元， $k = 2, 3, \dots$ ，其中包括固定成本 8 万元（例如土地整备

费、安装费等) 和可变成本 $3(k - 1)$ 万元 (例如电梯本体的费用、材料费等)。我们需要考虑的是在五户居民都同意安装的情况下, 如何将总成本分摊给每户。参考合作博弈中的机场博弈对此问题进行建模 (写出参与人集合和特征函数), 并计算它的 Shapley 值。

2. 用 Shapley 值作为成本分摊方法时, 认为它合适的理由是显而易见的。那么, 结合上一问的结果, 你认为可能存在哪些不合适的理由?
3. 如果在实践中推广 Shapley 值作为成本分摊方法, 预计推广的过程中会遇到哪些困难? 造成这些困难的原因是什么? 通过查阅资料了解在老旧小区加装电梯的实际决策过程以及失败案例, 并在此基础上进行分析。注意正确引用文献。

提交要求

- 需使用深圳大学课程文论专用答题纸 ([点击此处下载](#))。
- 将答题纸打印作为首页, 填写除“评分”、“教师评语”、“题目”以外的所有信息。在“题目”下方空白处填写答案, 可以根据需要加页 (白色 A4 打印纸)。
- 将所有答题纸按顺序订好后由本人现场提交。
- 提交时间: 12月31日 星期三 7–8节 (14:15–15:40)
- 提交地点: 丽湖校区四方楼东306