## 课后练习

在 Moves (一本关于模拟战争游戏和策略的杂志,1972, No. 6) 中,William Drakert 讨论了二战中的诺曼底登陆战役里盟军和德军的策略及可能的结果。我们可以将其作为矩阵博弈进行分析。

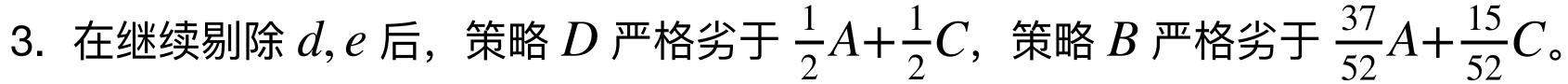
- 盟军有六种进攻策略,分别为  $a,b,\ldots,f$
- 德军有六种防守策略,分别为 $A, B, \ldots, F$
- 盟军的收益矩阵为右侧所示

$$A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$$
 $A \quad A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 
 $A \quad C \quad D \quad E \quad F$ 

利用反复剔除严格劣势策略找出博弈的值和双方的最优策略。

## 课后练习参考答案

- 1. 策略 E 和 F 分别严格劣于策略 A。
- 2. 在剔除 E, F 后,策略 d 严格劣于  $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c$ ,策略 e 严格劣于  $\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}f$ 。



- 如何找到后者? 针对策略 a 和 b, B 劣于任意混合策略  $\alpha A + (1-\alpha)C$ 。针对策略 c, B 成为严格劣势策略的条件是  $22 > 18\alpha + 31(1-\alpha) \Leftrightarrow \alpha > \frac{9}{13} = \frac{36}{52}$ 。针对策略 f, B 成为严格劣势策略的条件是  $22 > 23\alpha + 19(1-\alpha)$   $\Leftrightarrow \alpha < \frac{3}{4} = \frac{39}{52}$ 。因此,任何满足  $\frac{36}{52} < \alpha < \frac{39}{52}$  的混合策略  $\alpha A + (1-\alpha)C$  都严格优于 B。
- 4. 在继续剔除 B, D 后,a 严格劣于 c, b 严格劣于  $\frac{1}{2}c+\frac{1}{2}f$ 。
- 5. 在继续剔除 a,c 后,博弈矩阵简化为右侧的  $2\times 2$  矩阵。解其可得: 盟军的最优策略为  $(p_c,p_f)=(\frac{4}{17},\frac{13}{17})$ ,德军的最优策略为  $(q_A,q_C)=(\frac{12}{17},\frac{5}{17})$ ,博弈值为  $\frac{371}{17}$ 。

